

# Estudo Computacional da Etapa Fermentativa da Produção de Cerveja e Proposta de uma Estratégia de Controle para o Processo



MSc. Diego Dias Carneiro  
Professor Temporário - ICT

---

# Introdução

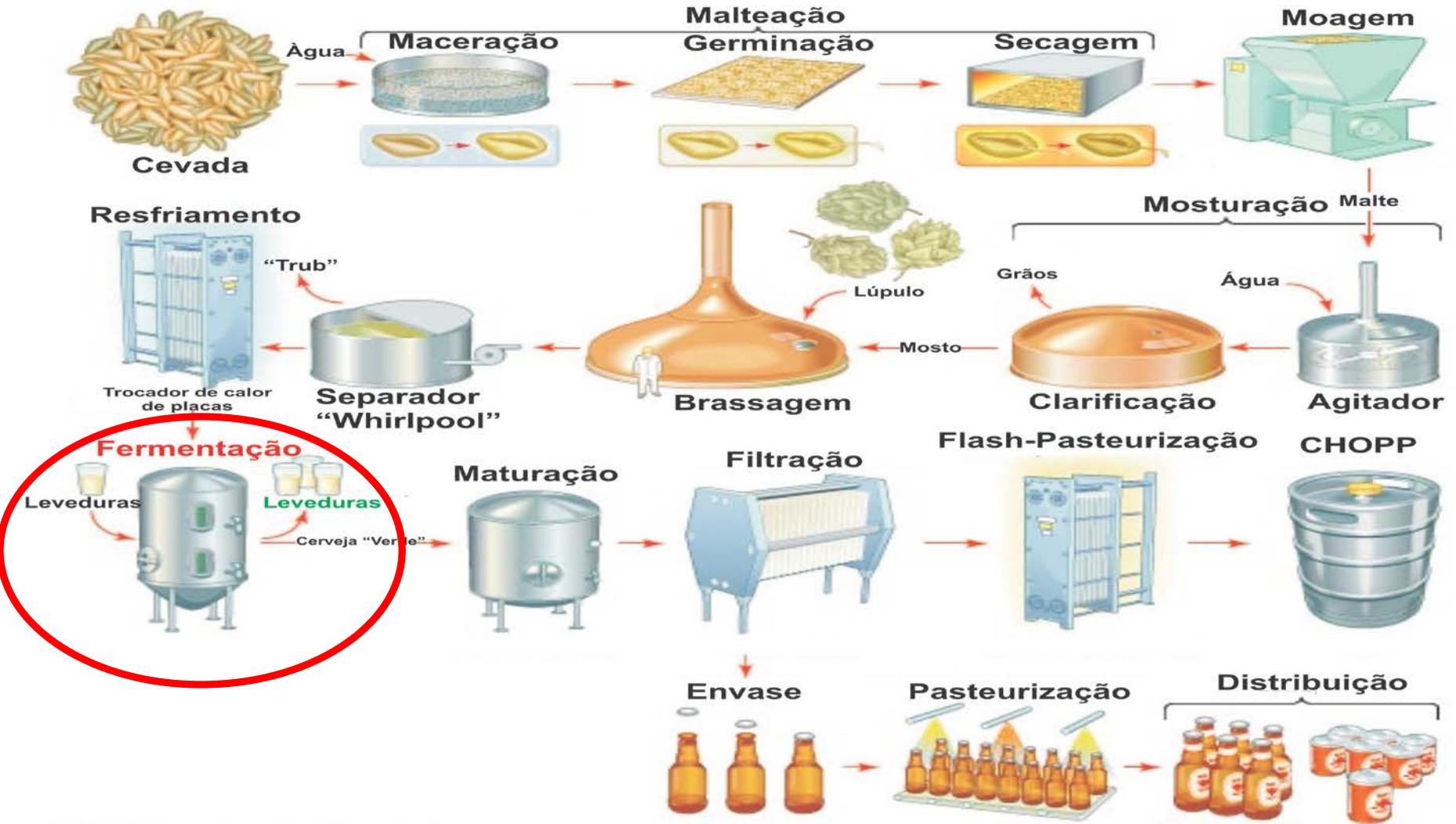
- De acordo com o decreto nº 2.314 do MAPA (1997) a cerveja é a bebida obtida através da fermentação alcoólica do mosto cervejeiro oriundo do malte de cevada, água e lúpulo.
  - É um produto antigo.
  - Apresenta grande importância econômica no Brasil e no mundo.
  - Processo simples, porém deve ser bem controlado.
  - Fermentação: Uma das etapas-chave do processo.
  - Estudo do processo fermentativo – Modelagem matemática
-

---

# Introdução

- Modelos matemáticos: Otimização e Controle
  - Controle da etapa fermentativa.
  - Necessidade de um controle satisfatório.
-

# Processo Cervejeiro



---

# Fermentação do Mosto Cervejeiro

- Conversão dos açúcares fermentescíveis em produtos e subprodutos de interesse pela ação da levedura (ROSENSTOCK & COIMBRA, 1999).
  - Processo complexo que envolve diversas transformações da matéria prima através do metabolismo microbiano (MITTAL, 1992)
  - É uma etapa que sofre variação considerável a todo tempo, mesmo com condições do meio constante (GEE & RAMIREZ, 1996)
  - A modelagem matemática é uma metodologia capaz de prever o comportamento dinâmico dos produtos da fermentação (GEE, 1990).
-

---

# Modelagem Matemática

- Representação de fenômenos físicos, químicos e/ou biológicos através de modelos conceituais e/ou físicos (DOBRE & MARCANO, 2007)
  
  - Vantagens (CHUNG, 2004):
    - Experimentação em tempo reduzido.
    - Redução das exigências analíticas.
    - Fácil demonstração em modelos.
  
  - Desvantagens (CHUNG, 2004):
    - Imprecisão dos resultados ao entrar com dados imprecisos.
    - Não fornece respostas simples a problemas complexos.
    - Não soluciona o problema por si.
-

---

# Modelagem Matemática

- Segundo Hepworth *et al.* (2003) à partir da modelagem matemática do processo fermentativo é possível:
    - Prever de forma satisfatória o crescimento celular, consumo de substrato e produção de etanol
    - Prever mudanças no comportamento dinâmico do processo quando ocorre alteração nas condições do processo.
    - Aplicar o modelo tanto em fermentadores de bancada quanto industriais.
  
  - Principais modelos matemáticos encontrados na literatura:
    - Gee (1990) – Modelo 1.
    - Andrés-Toro *et al.* (1998) – Modelo 2.
    - Trelea *et al.* (2004) – Modelo 3.
-

---

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 1

- Modelo baseado nos estudos de Fidget & Smith (1977) e Engasser *et al.* (1981).
  - Foi utilizado nos demais artigos do mesmo grupo de pesquisadores (GEE & RAMIREZ, 1988; GEE & RAMIRES, 1994; GEE & RAMIREZ, 1996; RAMIREZ E MACIEJOWSKI, 2007).
  - Modelo mais completo.
  - Apresenta característica chave para o controle do processo.
-

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 1

- Equações que descrevem o consumo de substrato:

$$\frac{dG}{dt} = -\mu_1 \cdot X$$

$$\mu_1 = \frac{\mu_G \cdot G}{K_G + G}$$

$$\frac{dM}{dt} = -\mu_2 \cdot X$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_M \cdot M}{K_M + M} \cdot \frac{K'_G}{K'_G + G}$$

$$\frac{dN}{dt} = -\mu_3 \cdot X$$

$$\mu_3 = \frac{\mu_N \cdot N}{K_N + N} \cdot \frac{K'_G}{K'_G + G} \cdot \frac{K'_M}{K'_M + M}$$

$$P_i = P_{i0} \cdot \exp \left[ \frac{-E_{Pi}}{R \cdot (T + 273,15)} \right]$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 1

- Equação que descreve o crescimento microbiano:

$$\frac{dX}{dt} = [Y_{XG}\mu_1 + Y_{XM}\mu_2 + Y_{XN}\mu_3]X \cdot \frac{K'_X}{K'_X + (X - X_0)}$$

- Equação que descreve a produção de etanol:

$$\frac{dE}{dt} = -Y_{EG} \cdot \frac{dG}{dt} - Y_{EM} \cdot \frac{dM}{dt} - Y_{EN} \frac{dN}{dt}$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 1

- Equações que descrevem a produção de CO<sub>2</sub>:

$$\frac{dC_l}{dt} = \begin{cases} K_{GL}(C_{sat} - C_l) & \text{Para } C_l < C_{sat} \\ 0 & \text{Para } C_l = C_{sat} \end{cases}$$

$$\frac{dC_g}{dt} = -Y_{CG} \cdot \frac{dG}{dt} - Y_{CM} \cdot \frac{dM}{dt} - Y_{CN} \frac{dN}{dt} - K_{GL}(C_{sat} - C_l)$$

- Modelo para a produção e consumo de diacetil:

$$\frac{dD_y}{dt} = Y_{D_y} \mu_x X - k_{D_y} D_y X$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 1

- Equação que descreve o consumo de aminoácidos:

$$\frac{dAA}{dt} = -Y_{AA/X} \frac{AA}{K_{AA} + AA} \frac{dX}{dt} D$$

- Equação que descreve a produção de alcoóis superiores:

$$\frac{dAS}{dt} = -Y_{AS/E} \frac{1}{X} \frac{dAA}{dt} X$$

- Equações que descrevem a produção de ésteres:

$$\frac{dEC}{dt} = Y_{EC/X} \mu_X X \qquad \frac{dEA}{dt} = Y_{EA/S} (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) X$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 1

- Balanço de energia do tanque de fermentação:

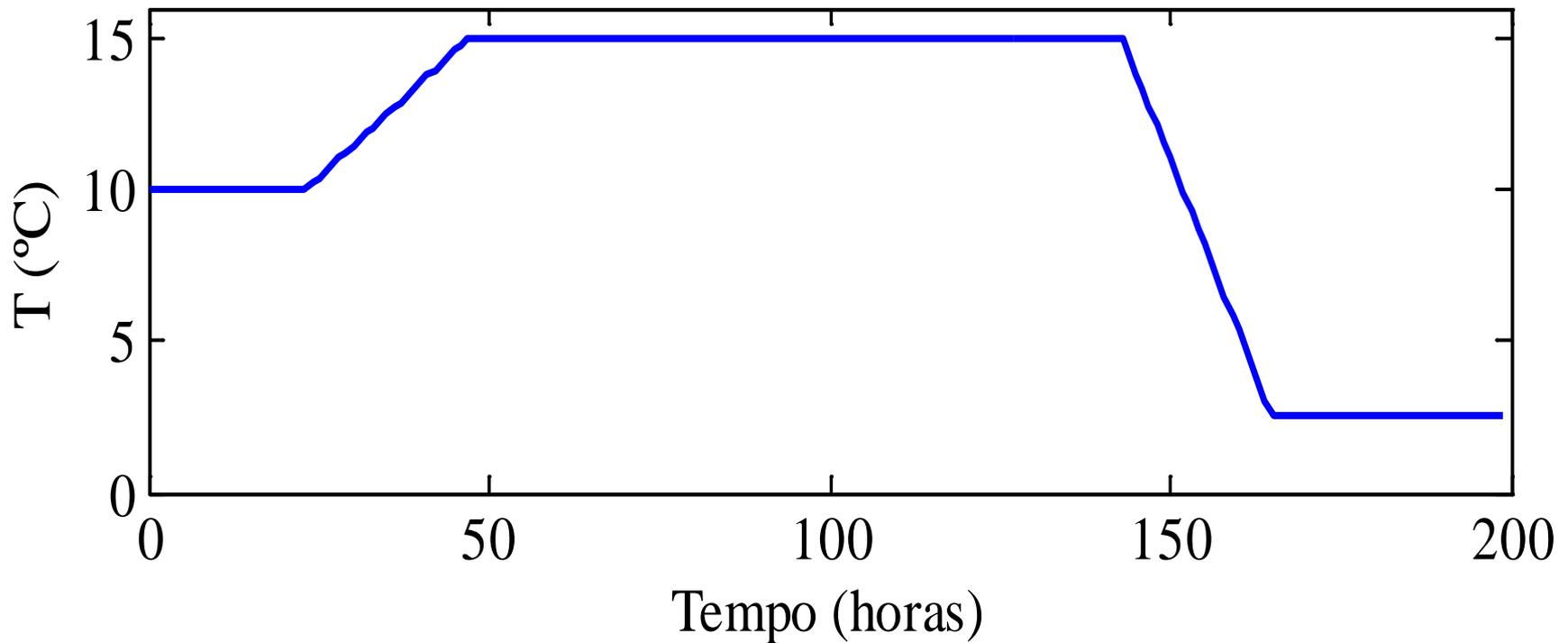
$$\frac{dT}{dt} = \frac{\Delta H_F}{\rho_F V_F C_{pF}} - \frac{hA_c}{\rho_F V_F C_{pF}} (T - T_c)$$

- Balanço de energia da jaqueta:

$$\frac{dT_c}{dt} = \frac{2F_c}{\rho_c V_c} (T_{in} - T_c) + \frac{hA_c}{\rho_c V_c C_{pC}} (T - T_c)$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 2

- Perfil de Temperatura:



# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 2

- Equações que descrevem o comportamento microbiano:

$$\frac{dX_{act}}{dt} = \mu_X X_{act}(t) - k_m X_{act}(t) + \mu_{lag} X_{lag}(t)$$

$$\frac{dX_{lag}}{dt} = -\mu_{lag} X_{lag}(t)$$

$$\frac{dX_{bot}}{dt} = k_m X_{act}(t) - \mu_D X_{bot}(t)$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 2

- Equação que descreve o consumo de substrato:

$$\frac{dS}{dt} = -\mu_s \cdot X_{act}(t)$$

- Equação que descreve a produção de etanol:

$$\frac{dE}{dt} = f \cdot \mu_E \cdot X_{act}(t)$$

- Equação que descreve a produção de acetato de etila:

$$\frac{dE_A}{dt} = -Y_{Eas} \cdot \frac{dS}{dt}$$

- Equação que descreve a produção e consumo de diacetil:

$$\frac{dD_y}{dt} = \mu_{D_y} \cdot S(t) \cdot X_{act}(t) - \mu_{ab} \cdot D_y(t) \cdot E(t)$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 3

- Equação que descreve para a concentração total de CO<sub>2</sub>:

$$\frac{dC_P(t)}{dt} = v(\theta(t), C_d(t)) \cdot \frac{S(t)}{K_S + S(t)} \cdot \frac{1}{1 + (E(t)/K_E)^2} \cdot (C_P(t) + K_X X_0)$$

- Equações que descrevem o consumo de substrato e a produção de etanol:

$$S(t) = S(0) - Y_{S/C} C_P(t)$$

$$E(t) = Y_{E/C} C_P(t)$$

- Equação que descreve a concentração de CO<sub>2</sub> dissolvido:

$$\frac{dC_d(t)}{dt} = \frac{dC_P(t)}{dt} - \frac{1}{\tau} [C_d(t) - C_{sat}(\theta(t), p_c(t))]$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 3

- Equação que descreve a produção do CO<sub>2</sub> no *headspace*:

$$\frac{dC_n(t)}{dt} = \frac{\gamma}{\tau} [C_d(t) - C_{sat}(\theta(t), p_c(t))] - \frac{\gamma C_n(t)}{C_n(t) + C_a(t)} \phi_g(t)$$

- Equação que descreve a eliminação de ar:

$$\frac{dC_a(t)}{dt} = - \frac{\gamma C_a(t)}{C_n(t) + C_a(t)} \phi_g(t)$$

- Equações que descrevem a evolução da pressão do sistema:

$$p_c = \frac{C_n}{M_c} R(\theta + \theta_{abs}) \quad p_a = \frac{C_a}{M_a} R(\theta + \theta_{abs})$$
$$p = p_c + p_a$$

# Modelagem Matemática do Processo Fermentativo – Modelo 3

- Equação que descreve a produção de alcoóis superiores:

$$\frac{dA_i(t)}{dt} = Y_{i/c}(\theta(t), C_d(t), X_0) \frac{dC_p(t)}{dT}$$

- Equação que descreve a produção de ésteres:

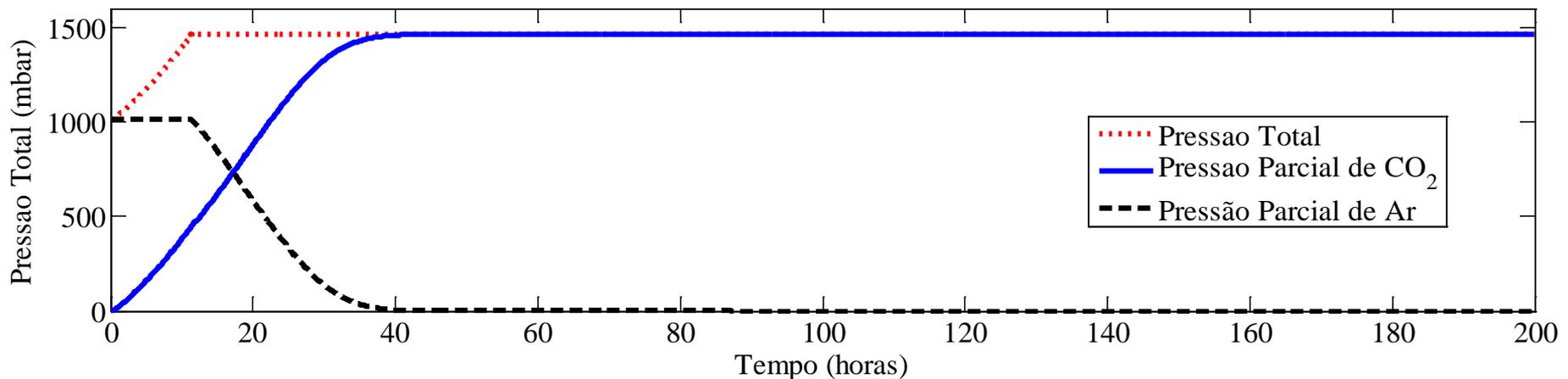
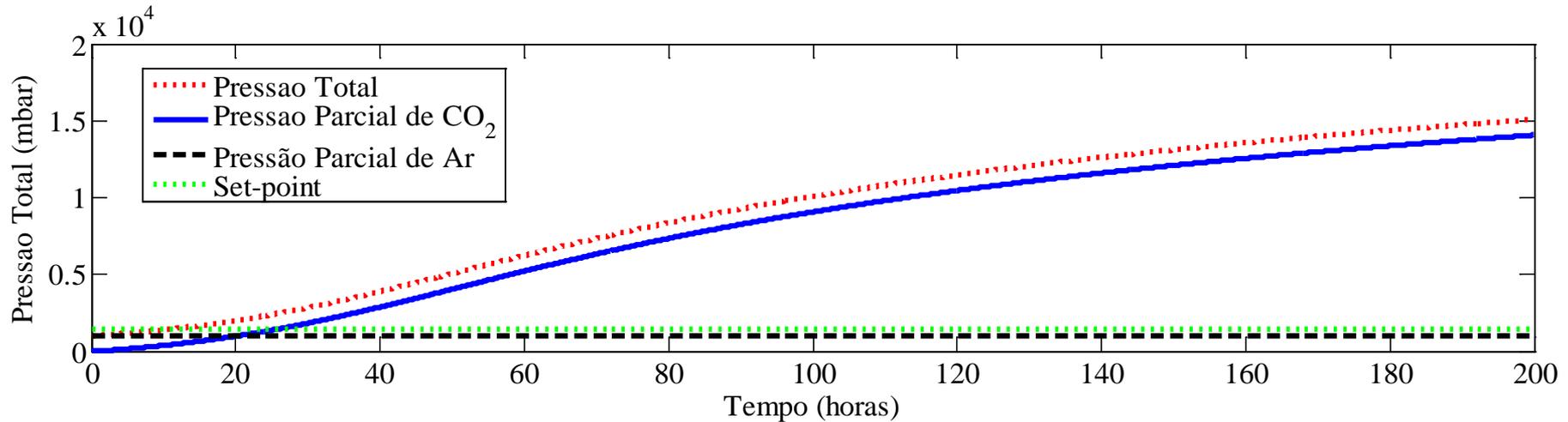
$$\frac{dEs_j(t)}{dt} = Y_{i/c}(\theta(t), C_d(t), X_0) C_p(t) \frac{dC_p(t)}{dT}$$

- Equação que descreve a produção e consumo de diacetil:

$$\frac{dD_y(t)}{dt} = Y_{D_y/c}(t) \frac{dC_p(t)}{dt} - K_{D_y} \exp \left[ K_{D_y \theta} (\theta - \theta_0) \right] \cdot D_y(t)$$

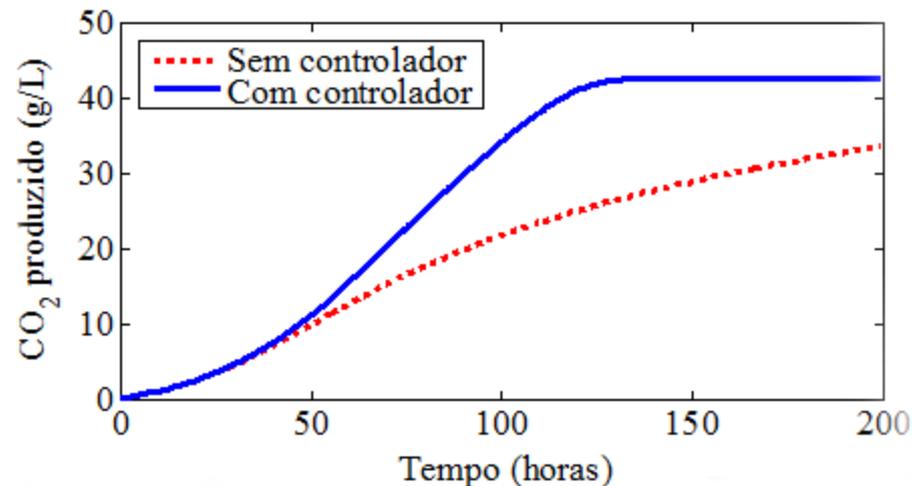
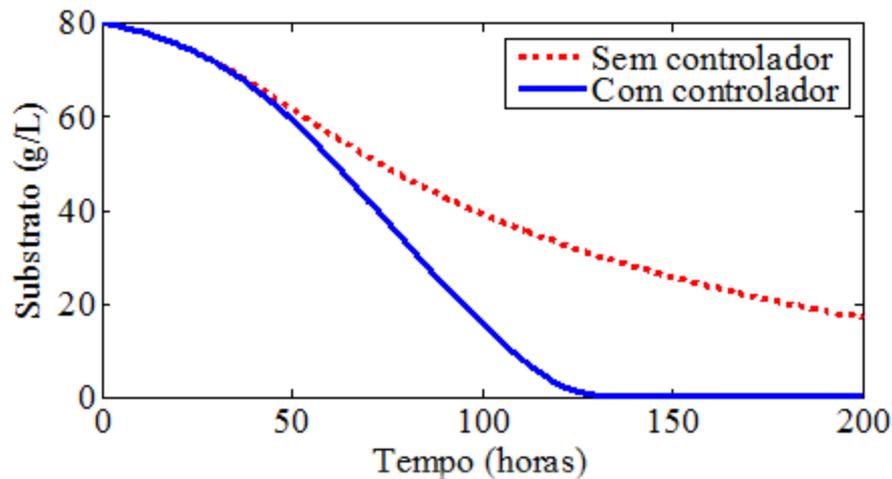
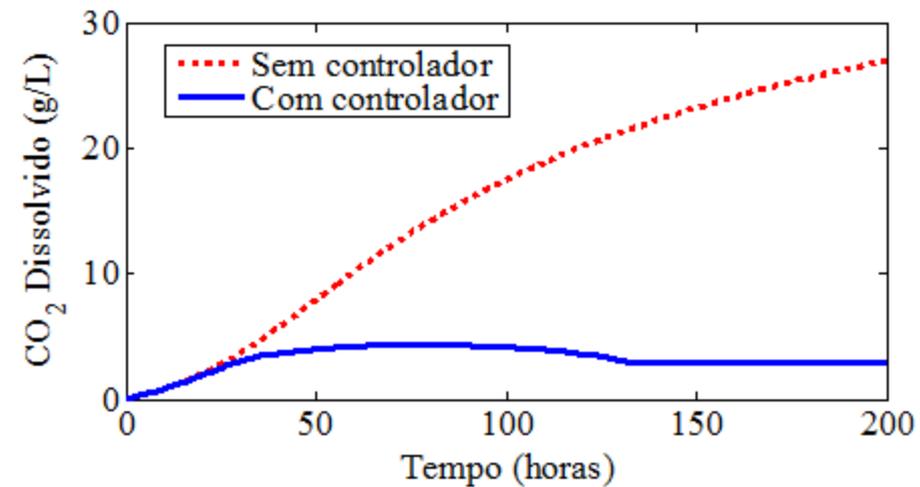
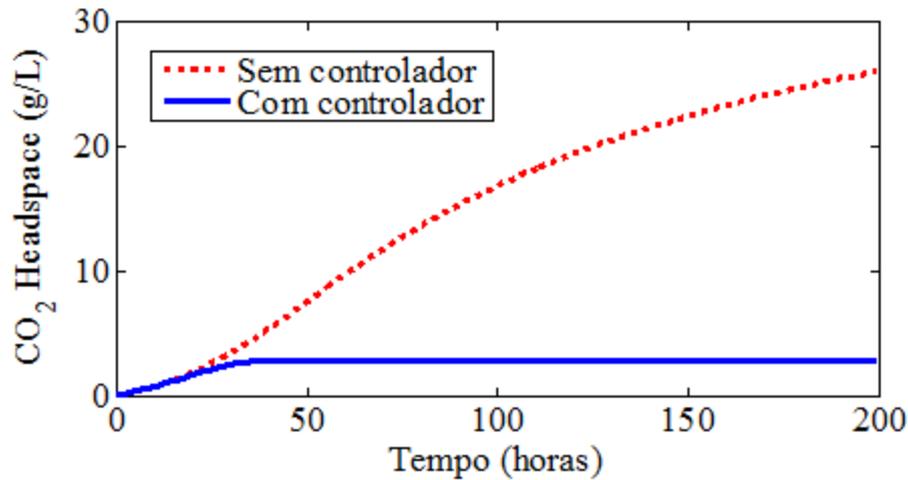
# Resultados da simulação do Modelo 3

- Evolução da pressão do sistema – sem e com controlador



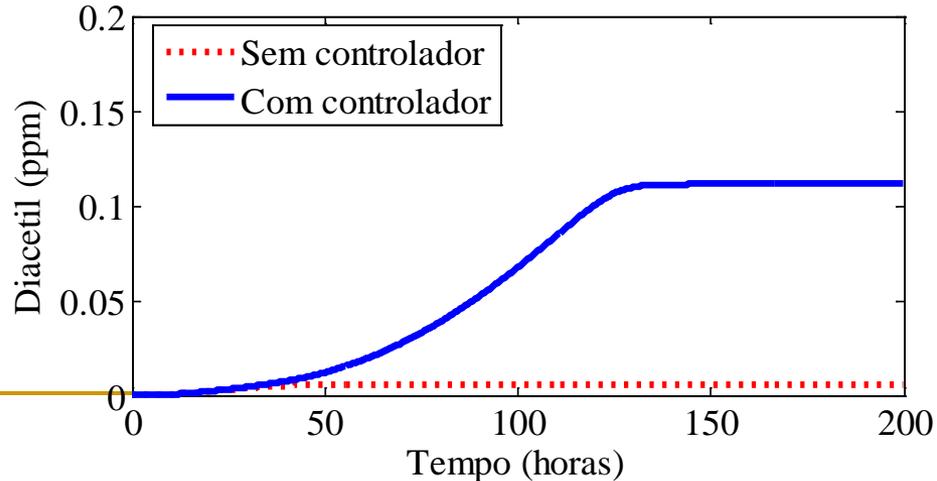
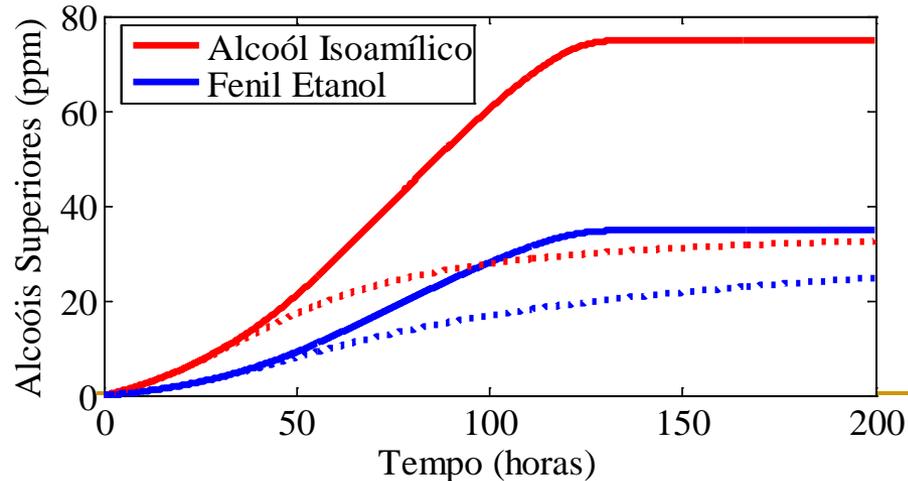
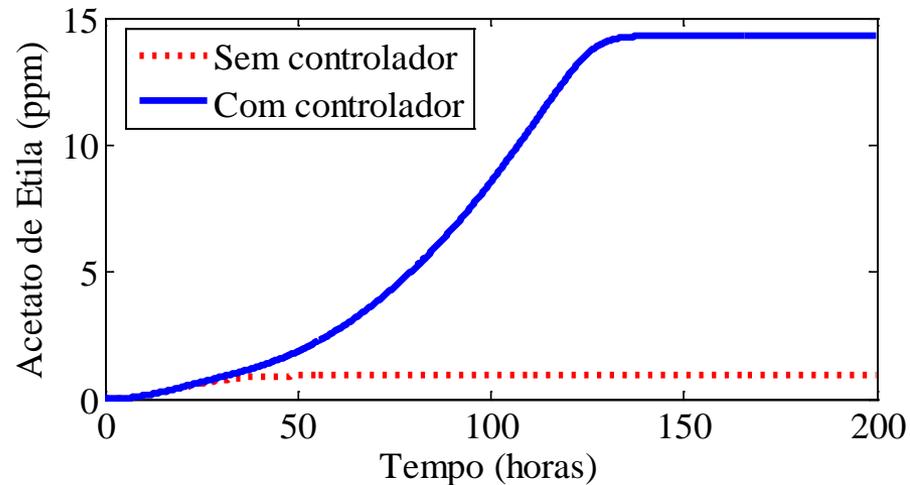
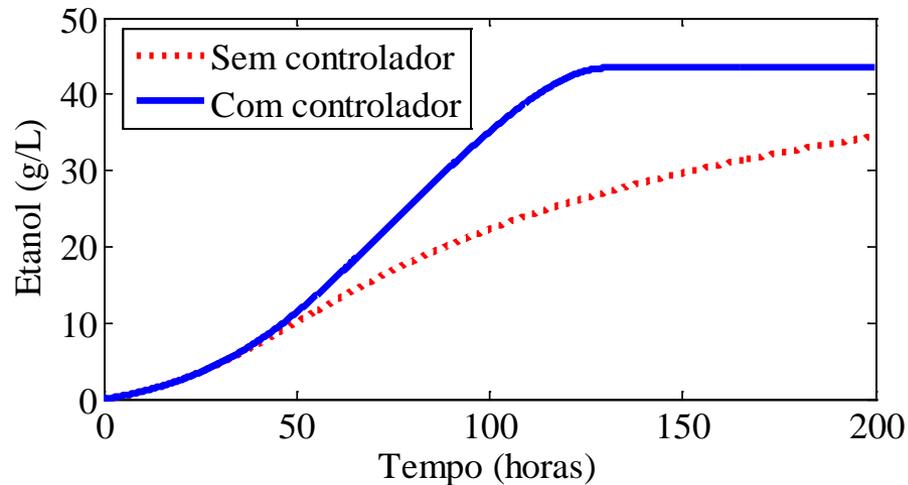
# Resultados da simulação do Modelo 3

- Dinâmica da produção de  $\text{CO}_2$  no headspace,  $\text{CO}_2$  dissolvido, consumo de substrato e evolução do  $\text{CO}_2$  produzido:



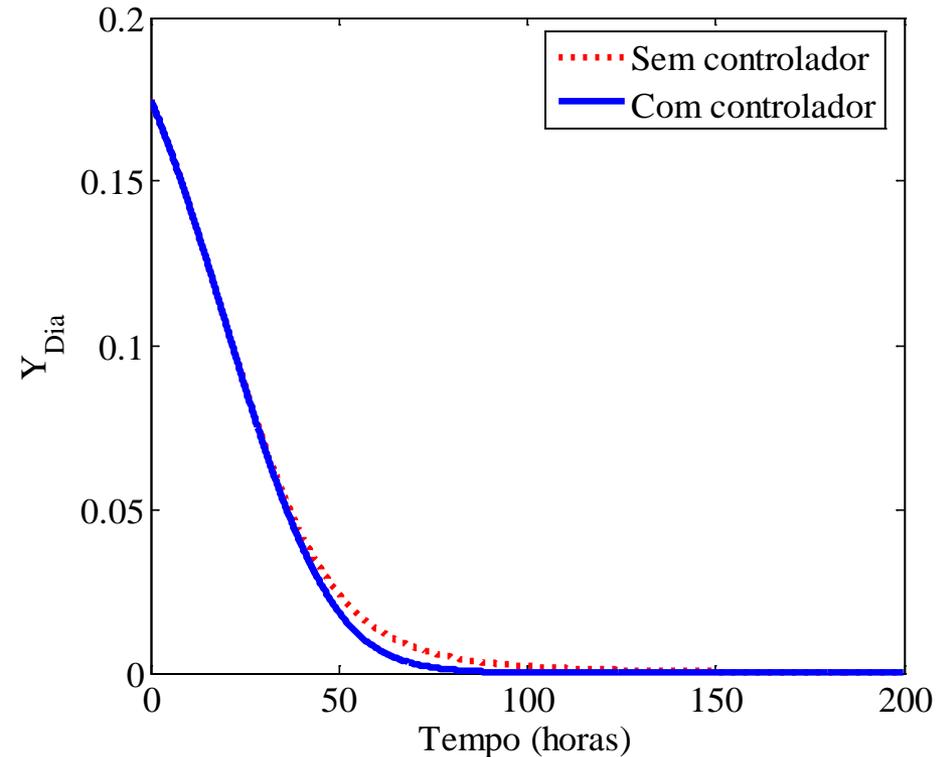
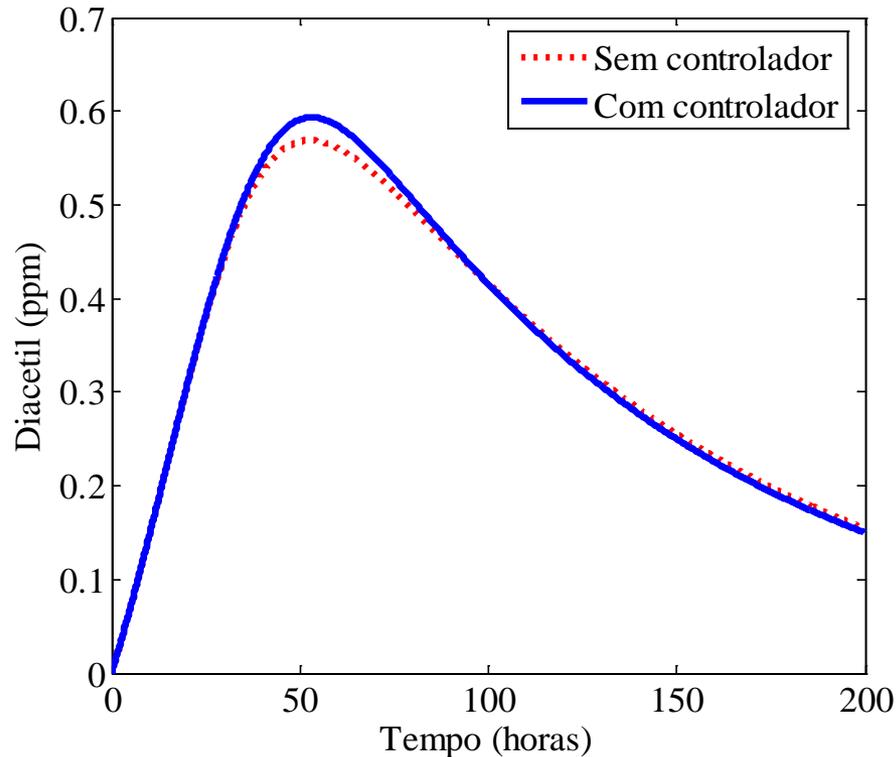
# Resultados da simulação do Modelo 3

- Dinâmica da evolução de etanol, acetato de etila, alcoóis superiores e hexanoato de etila:



# Resultados da simulação do Modelo 3

- Dinâmica da produção e consumo de diacetil:



$$\frac{dD_y(t)}{dt} = Y_{D_y/c}(t) \frac{dC_p(t)}{dt} - K_{D_y} \exp \left[ K_{D_y\theta} (\theta - \theta_0) \right] \cdot D_y(t)$$

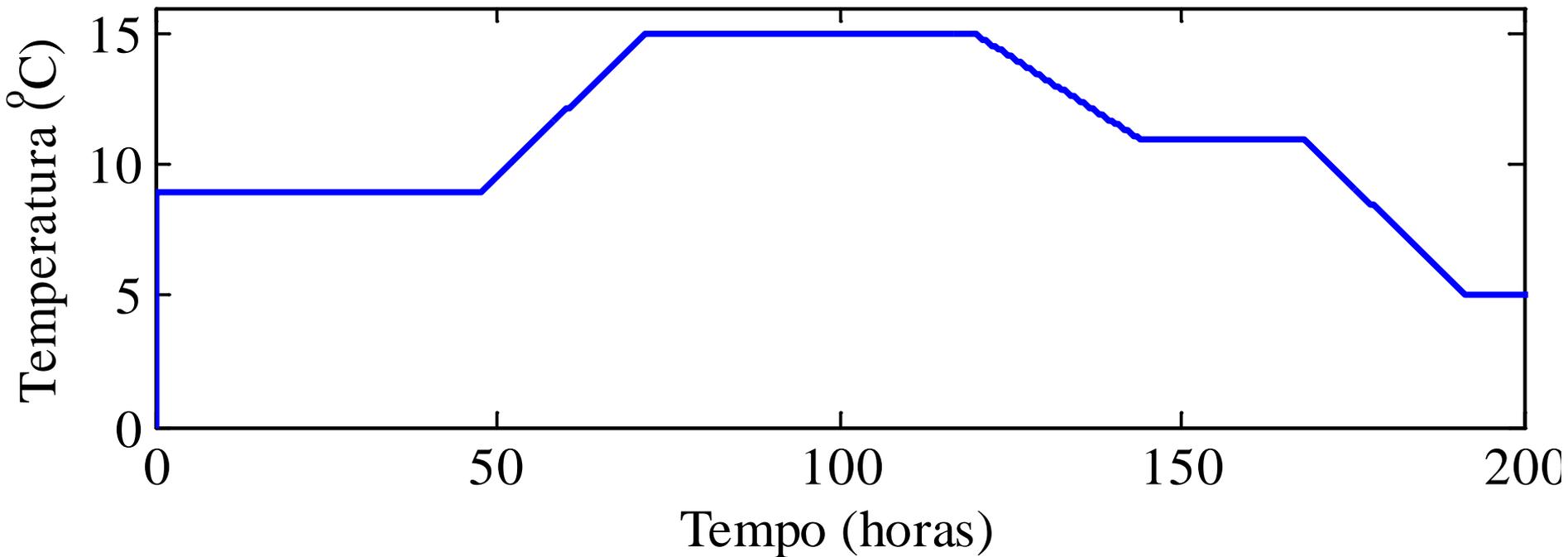
---

# Investigação da demanda térmica para o controle da fermentação

- É importante, pois é na fermentação que são produzidos os compostos responsáveis pelo aroma.
  - Existência de poucos modelos dinâmicos que representam o processo fermentativo.
  - Modelo selecionado: Gee (1990).
  - A única intervenção que comumente pode ser feita no processo: Temperatura (ANDRÉS-TORO *et al.*, 2004).
  - Necessidade de estudo para investigar a demanda térmica para aplicar perfis ótimos de temperatura.
-

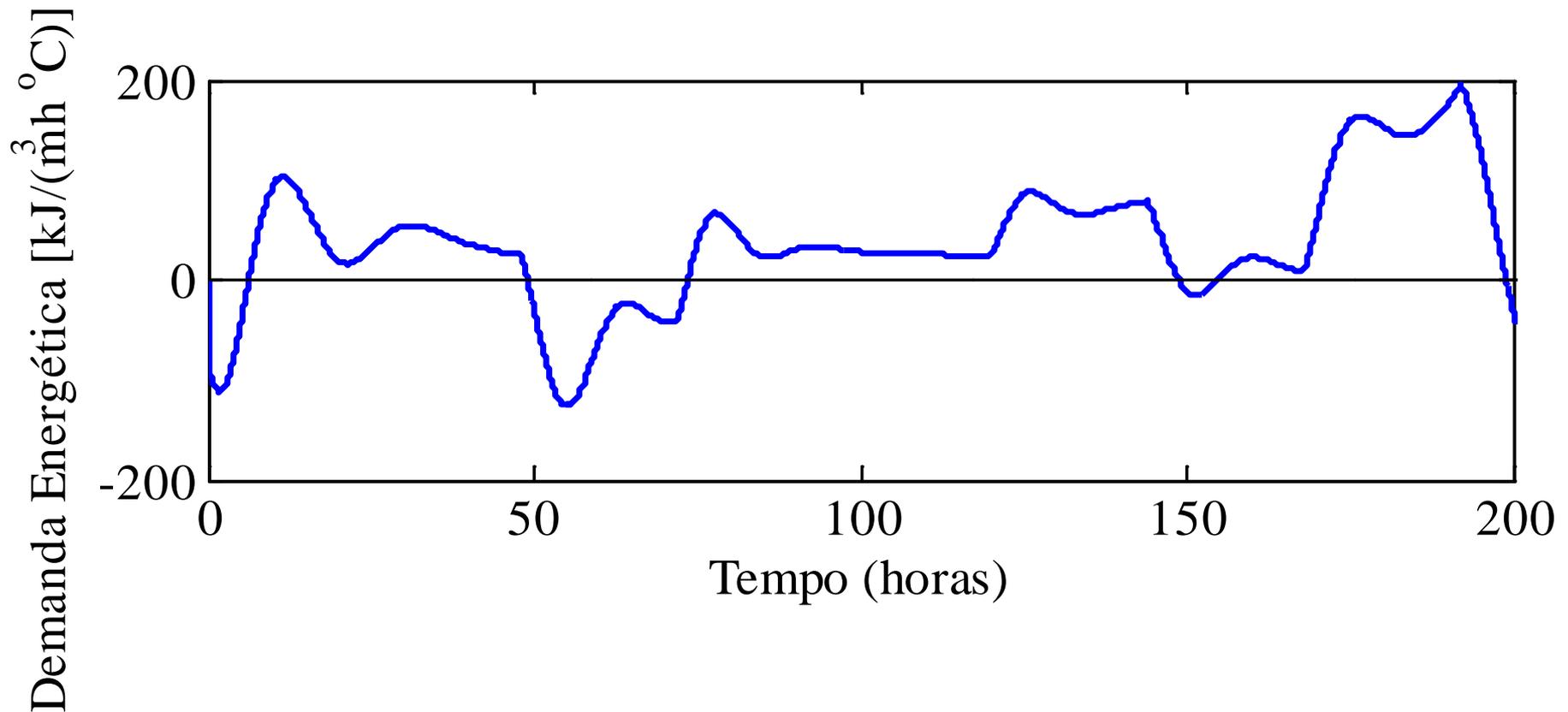
# Investigação da demanda térmica para o controle do processo

- Perfil proposto para a investigação:



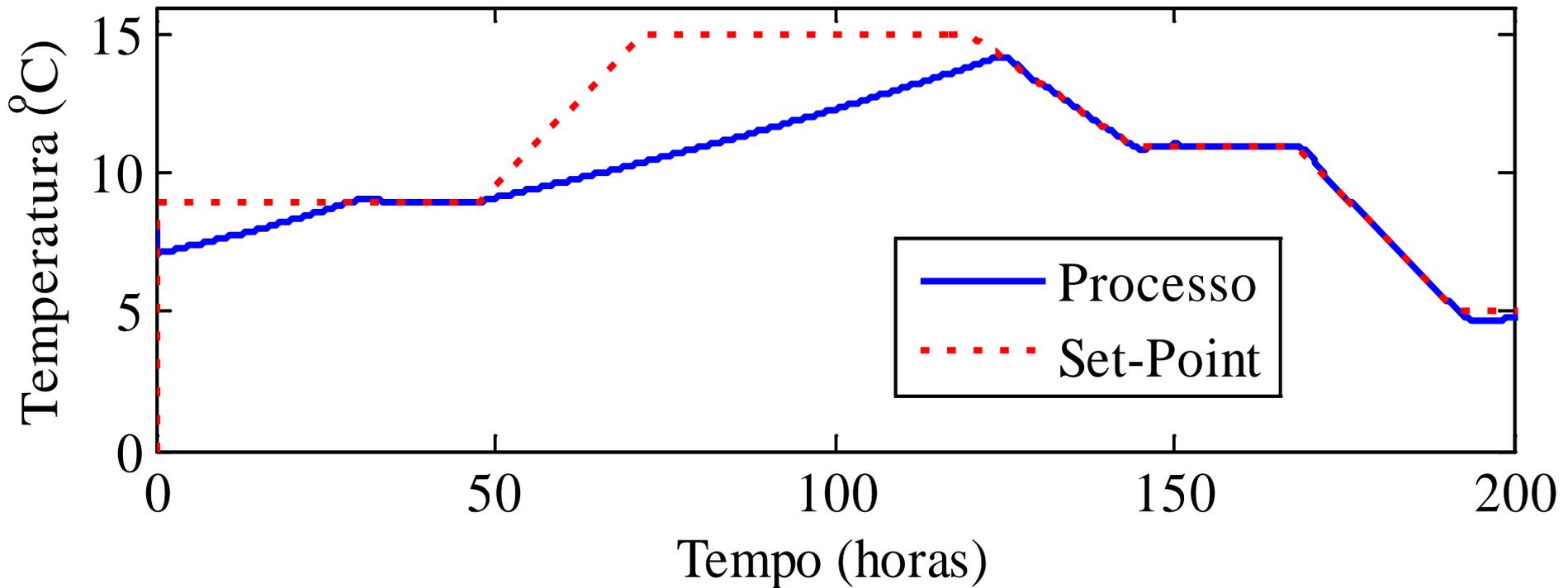
# Investigação da demanda térmica para o controle do processo

- Demanda térmica para acompanhar o perfil:

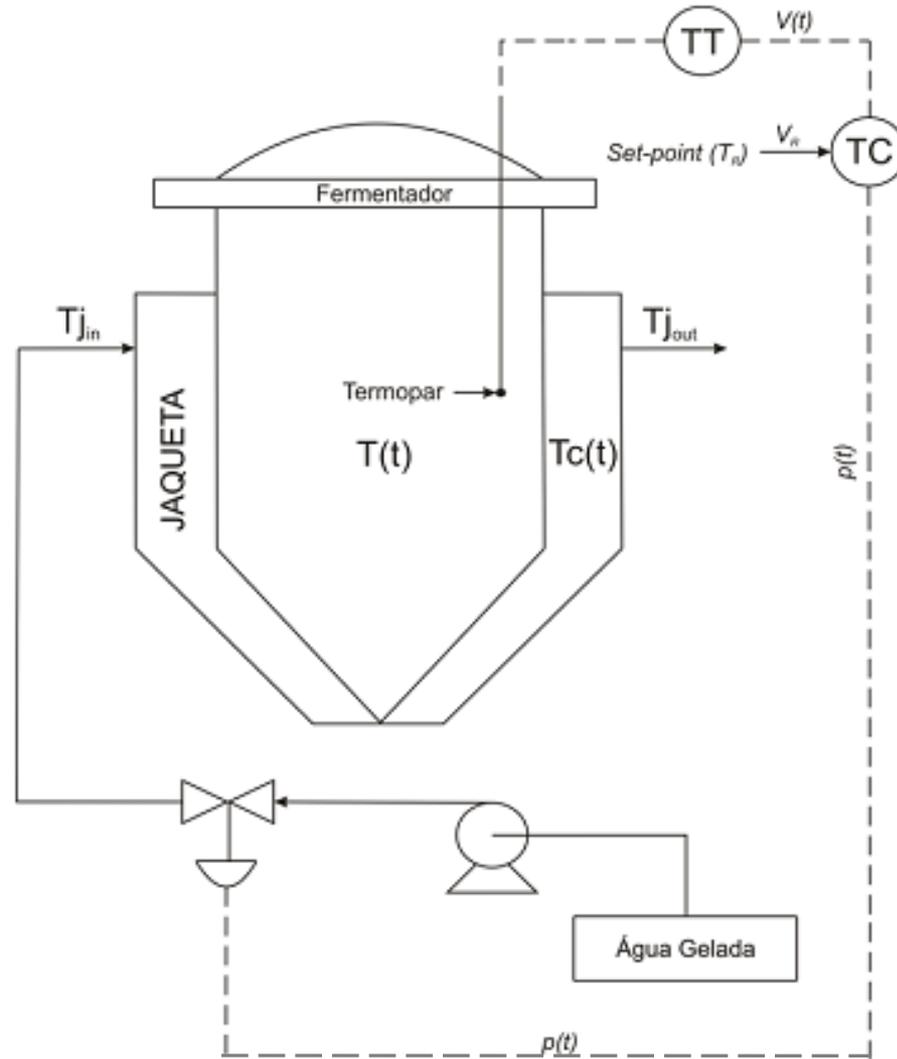


# Investigação da demanda térmica para o controle do processo

- Simulação da aplicação do perfil em sistema real:



# Estratégia de controle tradicional

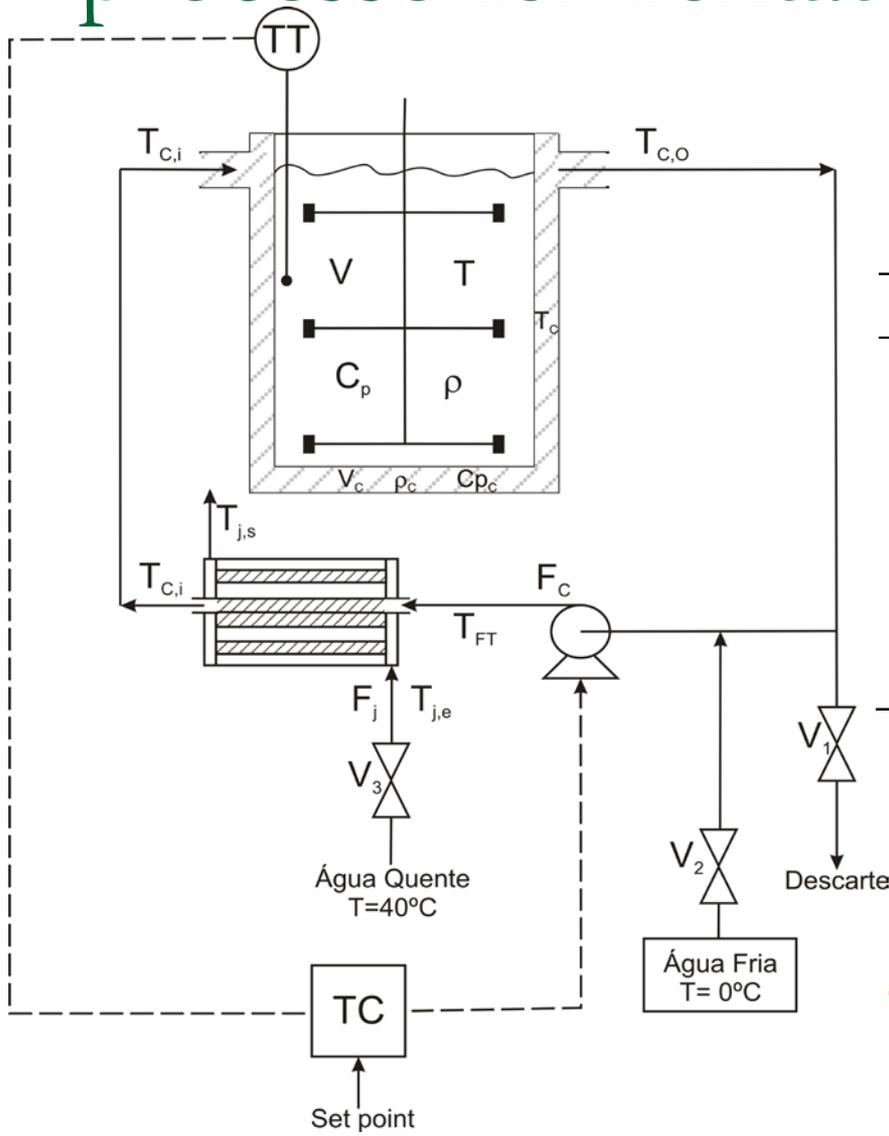


---

# Proposta da estratégia de controle para o processo fermentativo

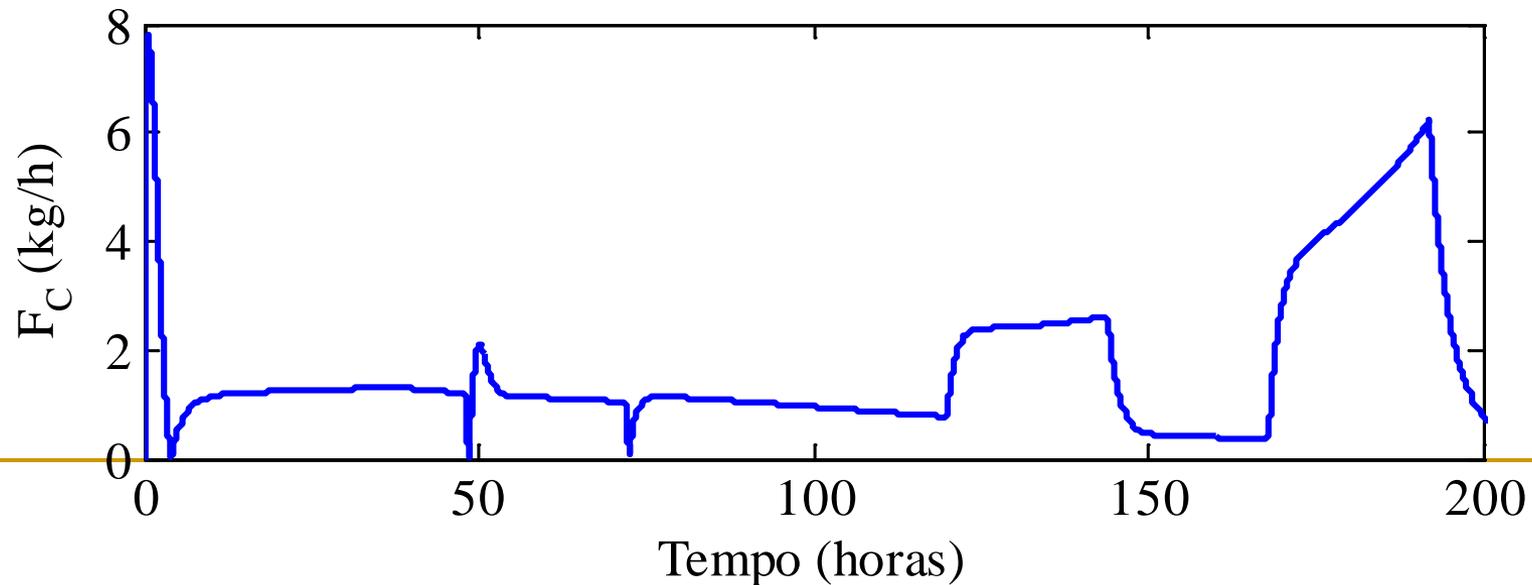
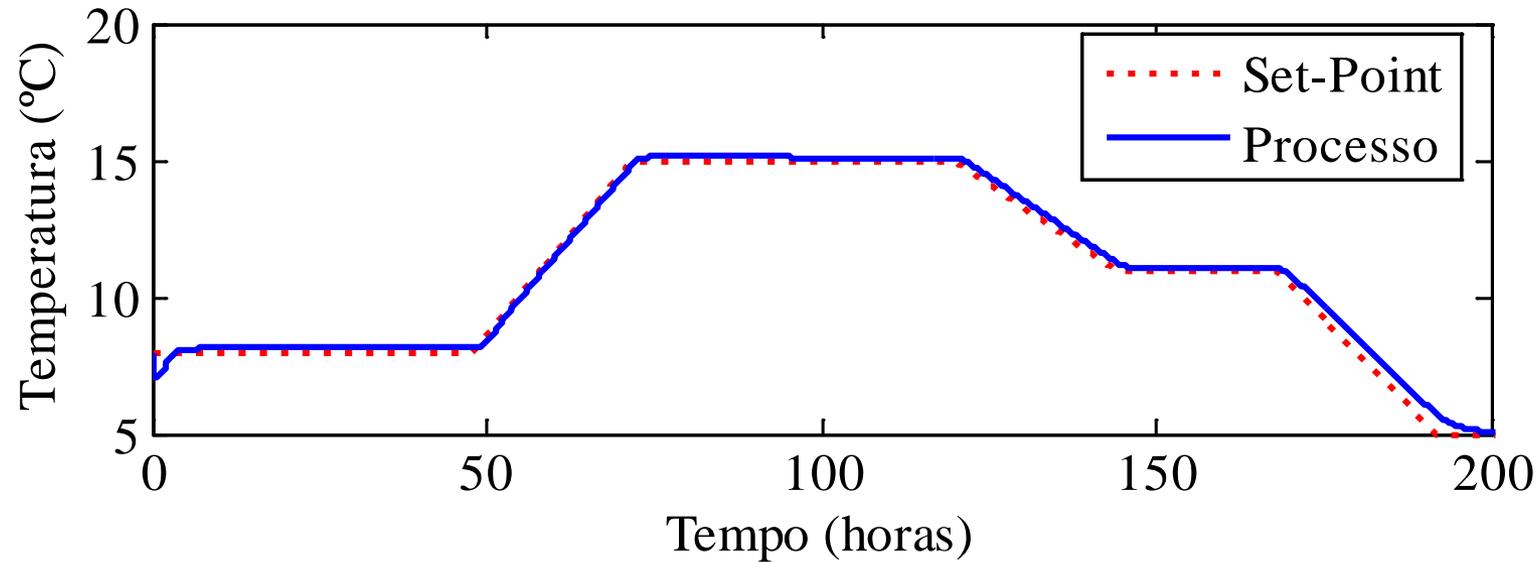
- Os sistemas de controle de aquecimento e refrigeração utilizam sistema complexo (CHYLLA & HAASE, 1993; BEQUETTE, 2002; MADAR *et al.*, 2004).
  - Nesse trabalho foi feita uma proposta mais simples e de fácil aplicação em sistemas industriais.
-

# Proposta da estratégia de controle para o processo fermentativo

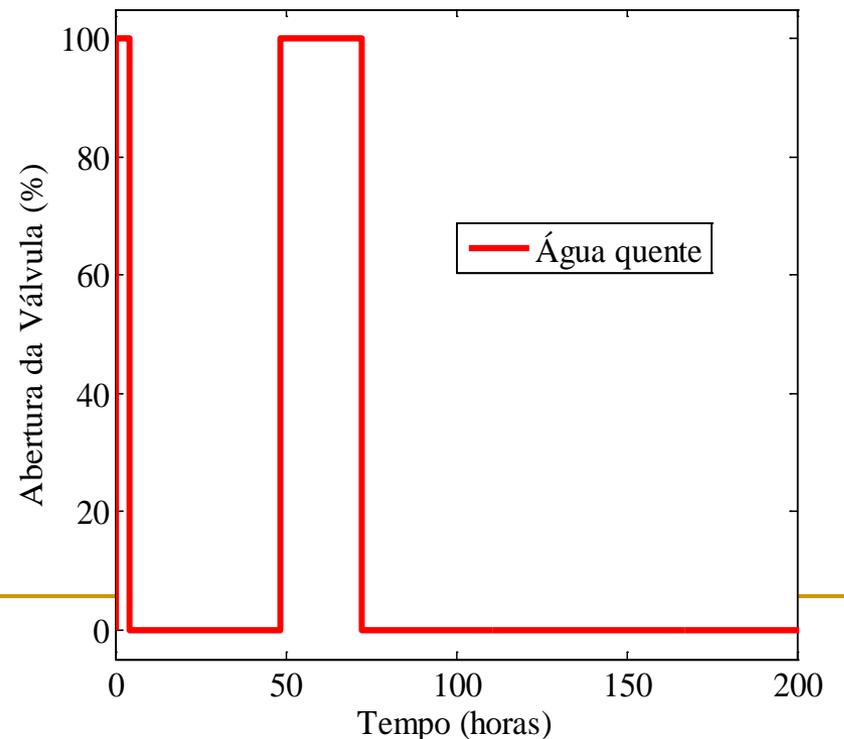
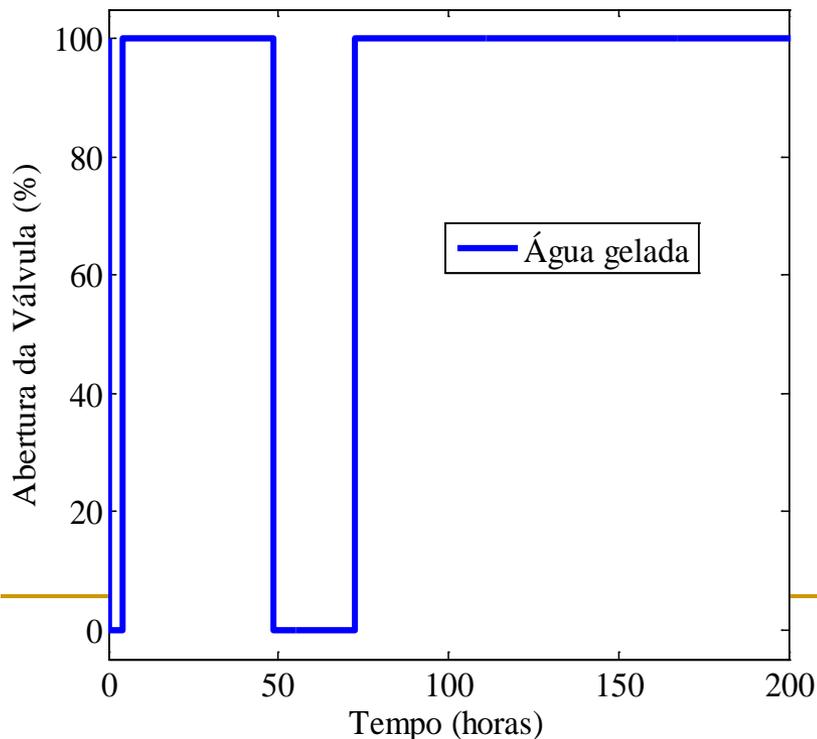
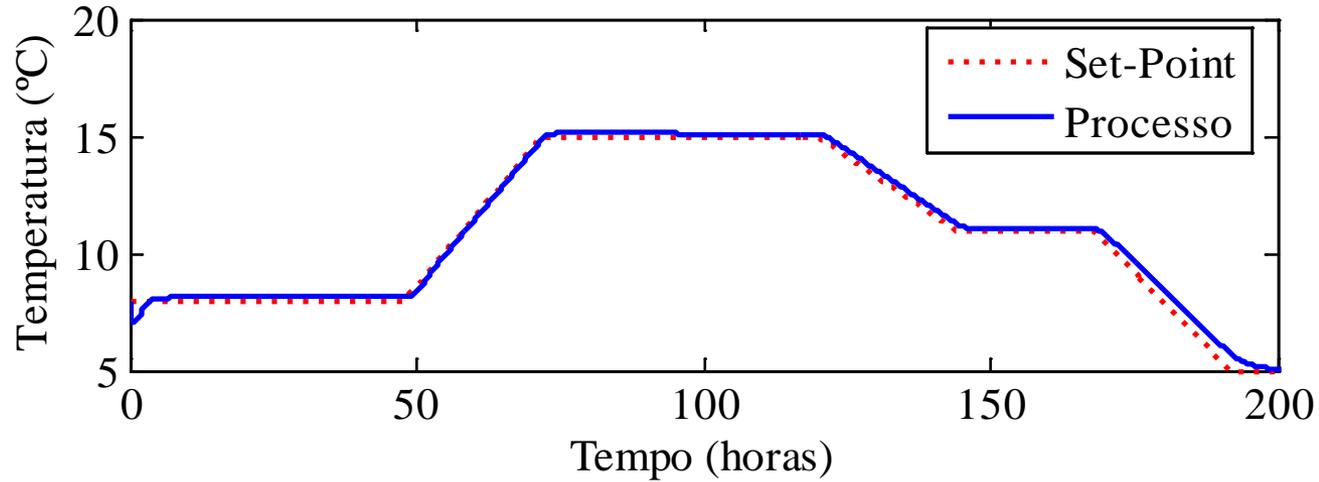


| Equipamento | Resfriamento             | Aquecimento                 |
|-------------|--------------------------|-----------------------------|
| $V_1$       | Aberta                   | Fechada                     |
| $V_2$       | Aberta                   | Fechada                     |
| $V_3$       | Fechada                  | Aberta                      |
| $F_j$       | $0 \text{ m}^3/\text{h}$ | $0,16 \text{ m}^3/\text{h}$ |
| $T_{FT}$    | $0^\circ\text{C}$        | $T_{c,o}$                   |

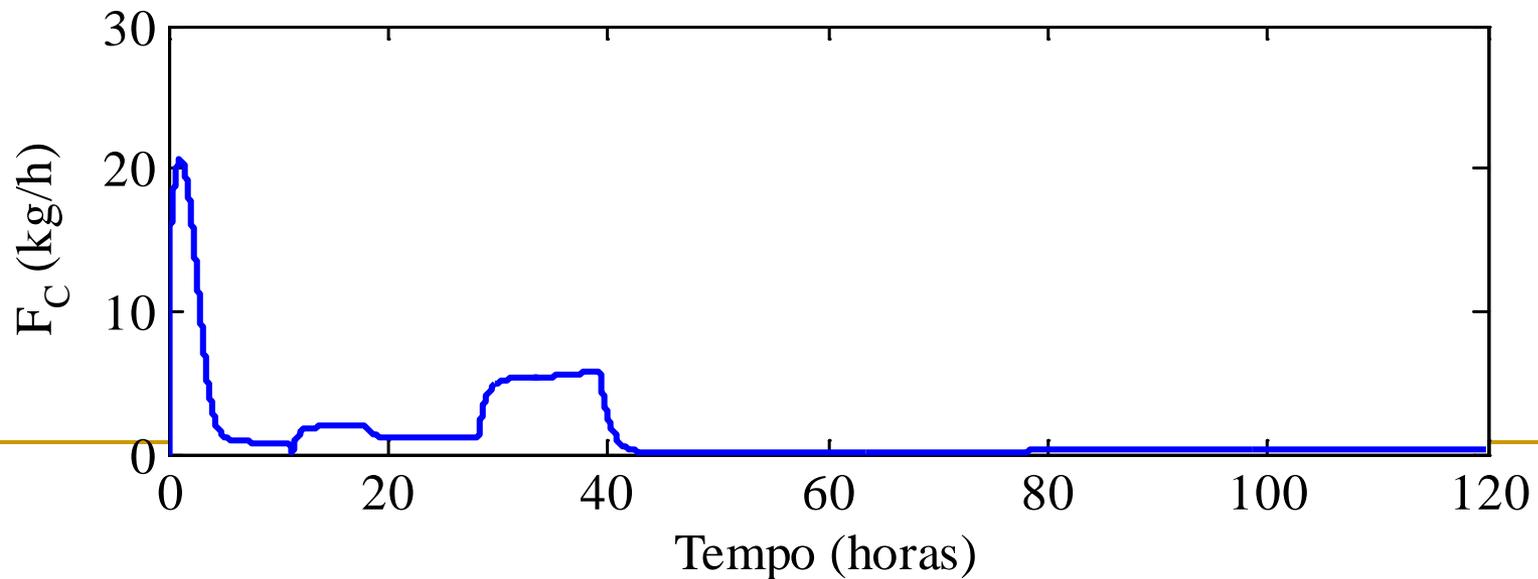
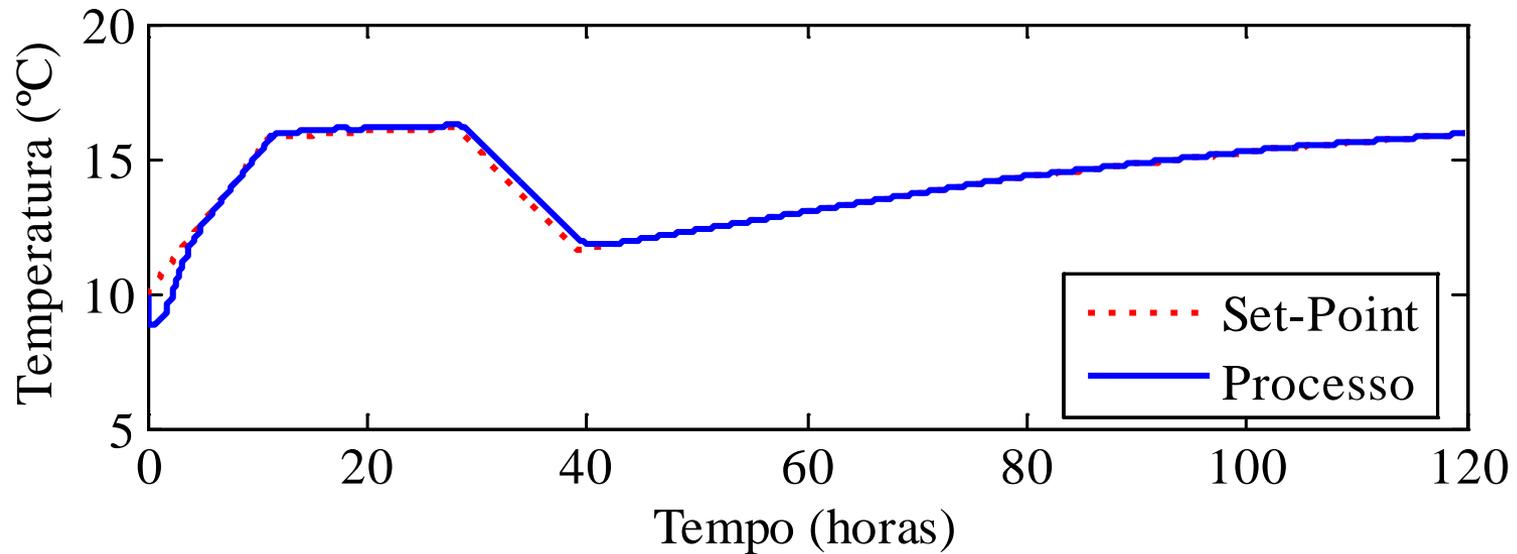
# Resultados – Perfil Proposto



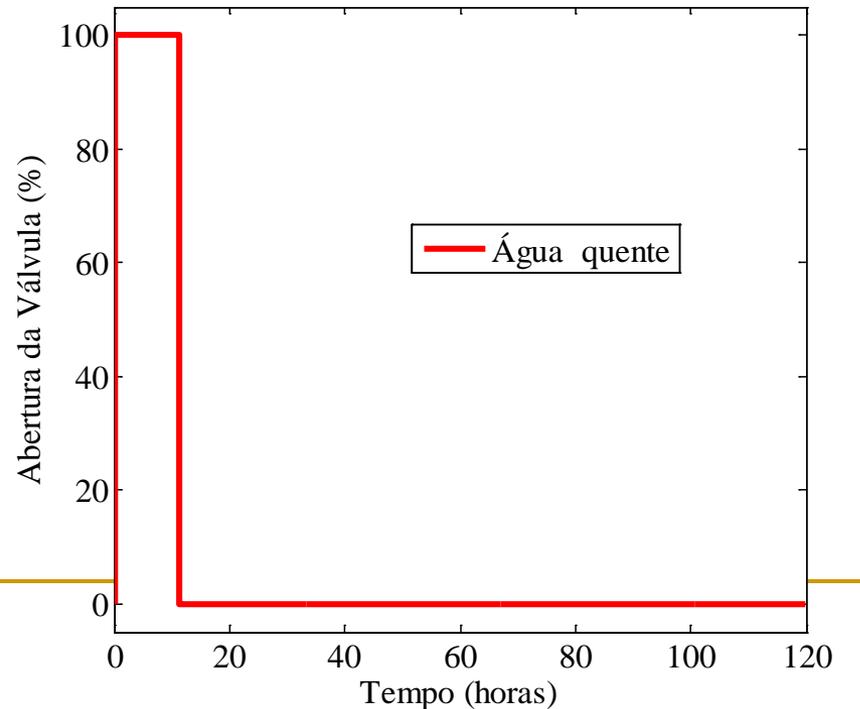
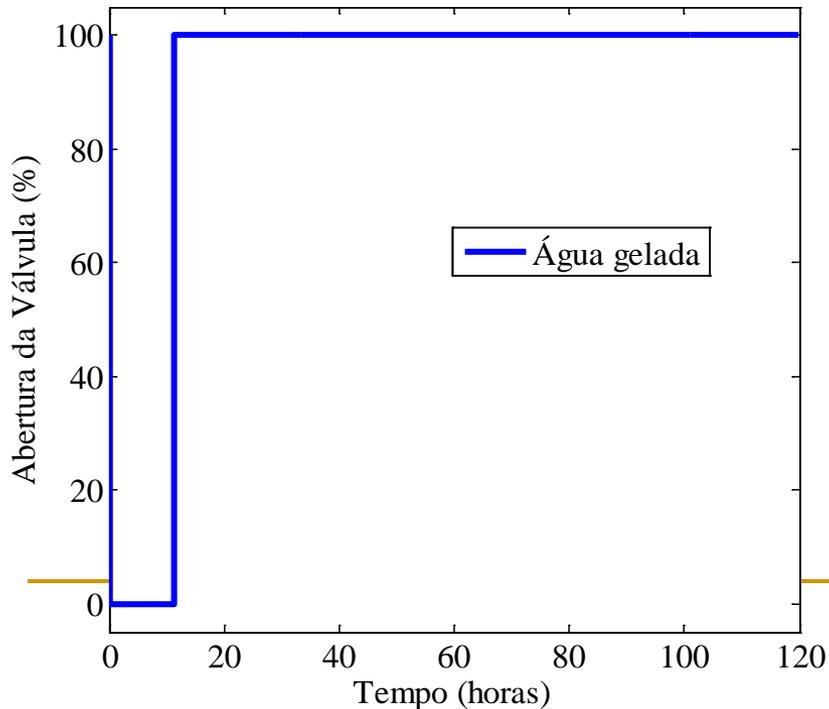
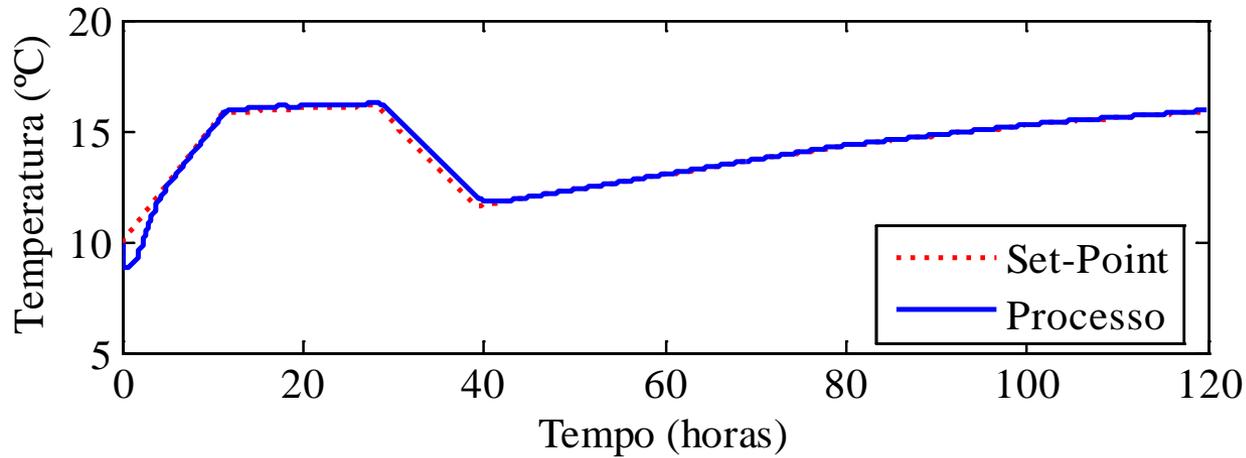
# Resultados - Perfil Proposto



# Resultados – Perfil Otimizado

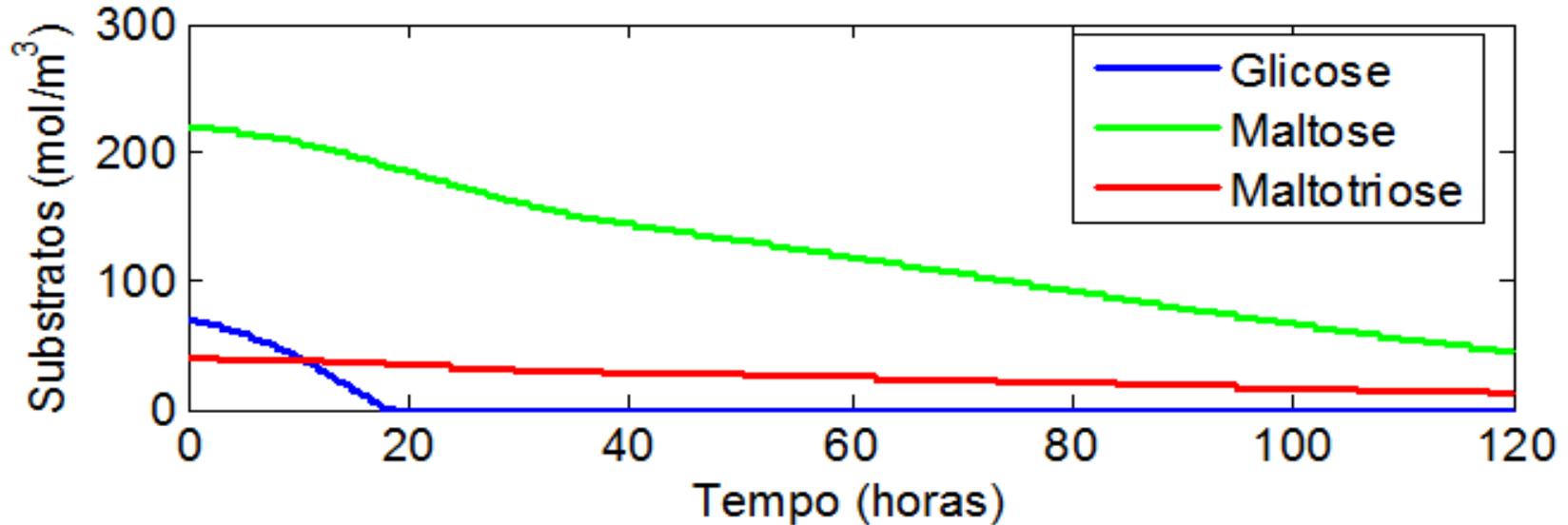


# Resultados – Perfil Otimizado

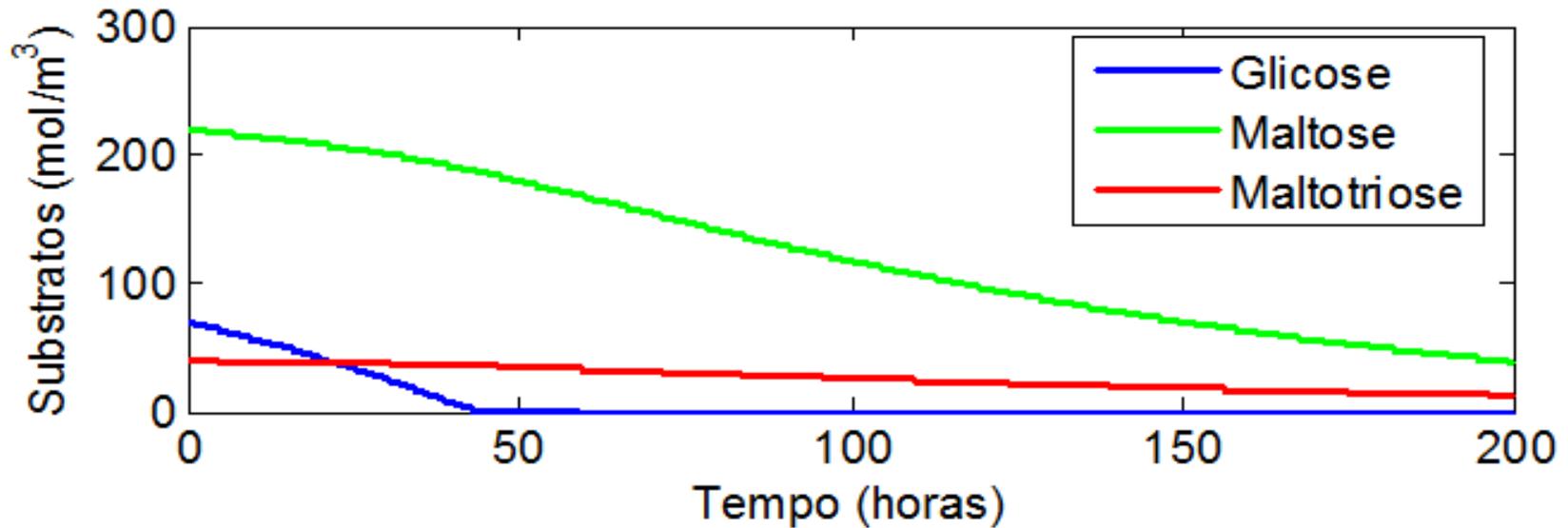


# Resultados – Perfil Otimizado

Dinâmicas do Consumo de Substrato - Perfil Otimizado

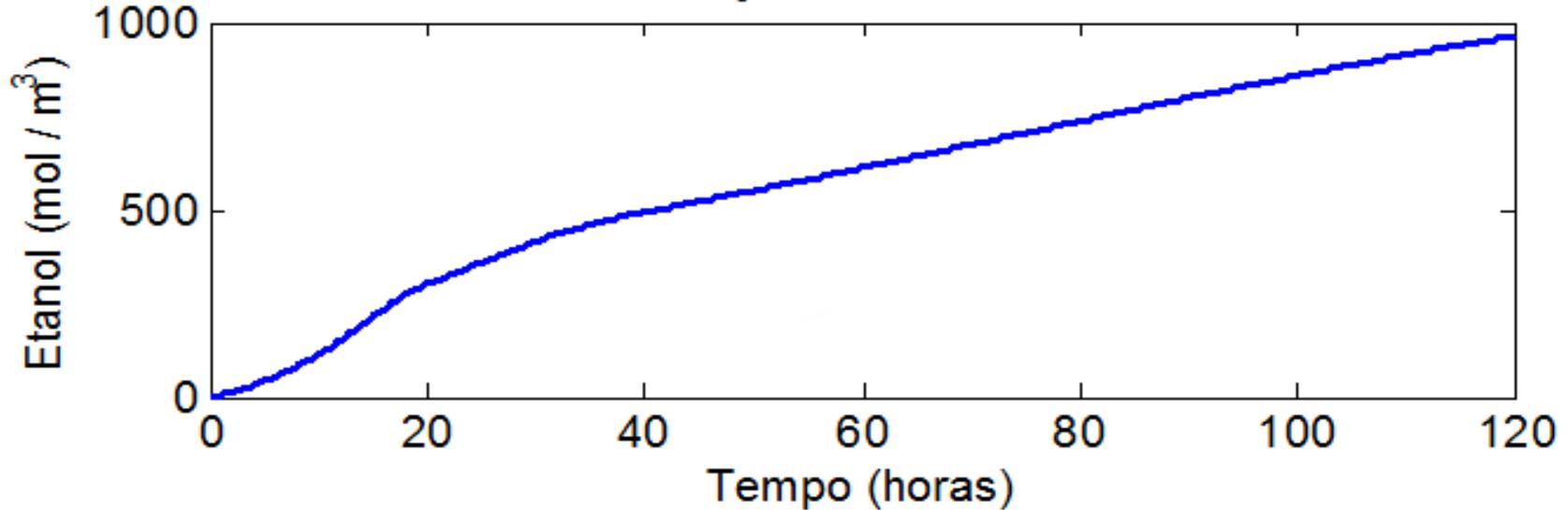


Dinâmicas do Consumo de Substrato - Controle Tradicional

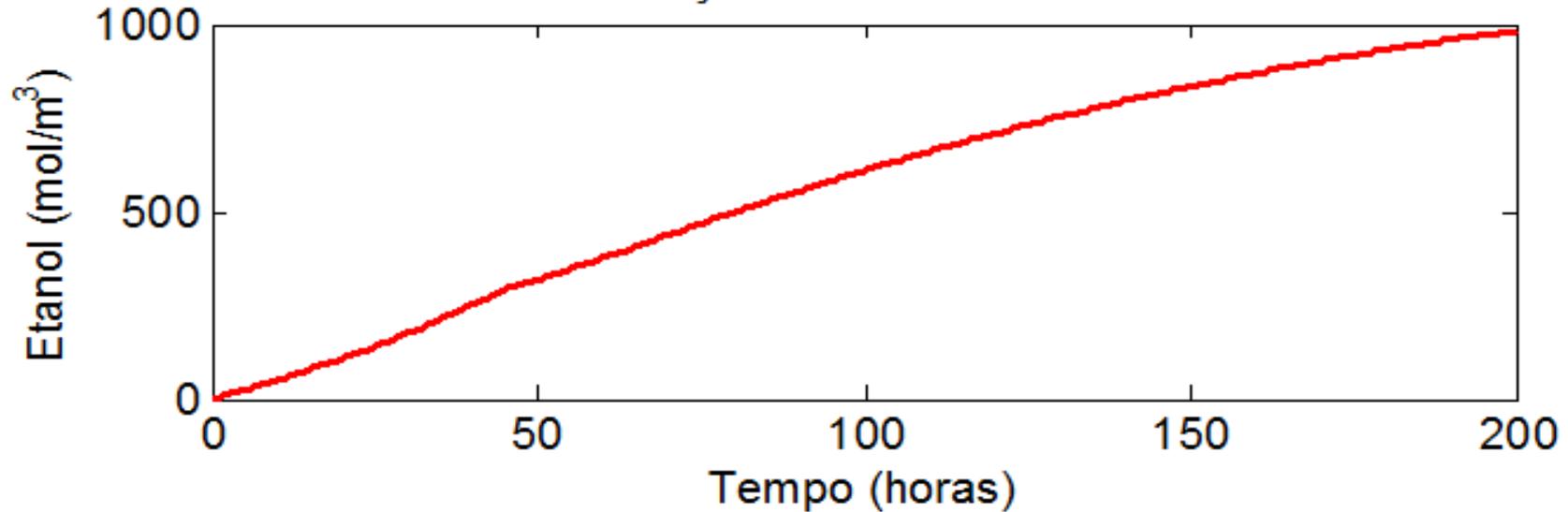


# Resultados – Perfil Otimizado

Dinâmica da Produção de Etanol - Perfil Otimizado



Dinâmica da Produção de Etanol - Controle Tradicional



# Conclusões

- Os modelos selecionados foram reproduzidos de forma satisfatória.
- O principal efeito das variáveis manipuláveis sobre o processo fermentativo implica na variação da temperatura ou da pressão do sistema fermentativo e, conseqüentemente, nas dinâmicas das demais variáveis do processo.
- A investigação da demanda térmica necessária para manter o processo sob um perfil de temperatura foi uma ferramenta essencial para o desenvolvimento de uma nova estratégia de controle.
- A modelagem matemática permitiu o desenvolvimento e comprovação que a estratégia de controle proposta foi capaz de conduzir de forma satisfatória a simulação do processo fermentativo, permitindo a aplicação de perfis otimizados